Lösung der Wärmeleitungsgleichung im 1. Quadranten

Sei $g : [0,\infty) \to \mathbb{R}$ mit $g(0) = 0$. Zeigen Sie, dass

$$u(x,t) = \frac{x}{\sqrt{4\pi}} \int_0^t \frac{1}{(t-s)^{3/2}}\, \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{4(t-s)}}\, g(s)\, ds, \qquad x > 0,\ t > 0$$

eine Lösung des folgenden Rand/Anfangswertproblems für die Wärmeleitungsgleichung

$$\begin{aligned} u_t - u_{xx} &= 0 \quad \text{in } (0,\infty)\times(0,\infty),\\ u(x,0) &= 0 \quad \text{für } x > 0,\\ u(0,t) = g(t) & \quad \text{für } t > 0 \end{aligned}$$

liefert. Welche Regularität für g ist ausreichend?
Hinweis: Betrachten Sie $v(x,t) = u(x,t) - g(t)$ und setzten Sie v für negative x-Werte geeignet fort.